

La sostenibilità del debito pubblico e la scomposizione della variazione del debito

Indichiamo con:

D_t il debito pubblico alla fine dell'anno t ;

B_t il saldo primario della PA nell'anno t ;

M_t la massa monetaria ad alto potenziale alla fine dell'anno t ;

F_t i flussi finanziari della PA nell'anno t ;

$P_t Y_t$ il prodotto interno lordo a prezzi correnti dell'anno t ;

$OB_t = B_t - i_t D_{t-1}$ l'accreditamento (+) o deficit/indebitamento (-) netto della PA nell'anno t ;

$i_t = \frac{OB_t}{D_{t-1}}$ il tasso di interesse medio nominale implicito nell'anno t .

$d_t = \frac{D_t}{P_t Y_t}$ il rapporto tra debito pubblico e Pil nell'anno t ;

$b_t = \frac{B_t}{P_t Y_t}$ il rapporto tra saldo primario e Pil nell'anno t ;

$ob_t = \frac{B_t - i_t D_{t-1}}{P_t Y_t}$ il rapporto tra accreditalmento netto e Pil nell'anno t ;

$f_t = \frac{F_t}{P_t Y_t}$ il rapporto tra flussi finanziari e Pil nell'anno t ;

$\gamma_t = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1$ il tasso reale di crescita del Pil ;

$\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$ la variazione del livello generale dei prezzi di tutti i beni e servizi prodotti nell'economia, che viene misurata attraverso il deflatore del Pil;

$g_t = \frac{P_t Y_t}{P_{t-1} Y_{t-1}} - 1 = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1 + \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 + \left(\frac{P_t Y_t}{P_{t-1} Y_{t-1}} - \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - \frac{P_t}{P_{t-1}} + 1 \right) = \gamma_t + \pi_t + \gamma_t \pi_t$ il tasso nominale di crescita del Pil ;

$r_t = \frac{1+i_t}{1+\pi_t} - 1 = \frac{i_t - \pi_t}{1+\pi_t}$ il tasso di interesse medio reale nell'anno t ;

Il debito pubblico al tempo t è uguale al debito pubblico al tempo $t-1$ meno l'accreditamento netto meno i flussi finanziari nell'anno t meno la variazione della massa monetaria:

$$(1) \quad D_t = D_{t-1} - (B_t - i_t D_{t-1}) + F_t - \Delta M_t = (1 + i_t) D_{t-1} - B_t + F_t - \Delta M_t$$

Poniamo fin da subito $\Delta M_t = 0$, ovvero ipotizziamo che la massa monetaria ad alto potenziale rimanga costante nel tempo. Se l'accreditamento netto ($B_t - i_t D_{t-1}$) è positivo il debito pubblico diminuisce, se è negativo (indebitamento netto) il debito pubblico aumenta.

Normalizziamo la (1) dividendo i suoi membri per il Pil nominale:

$$(2) \quad \frac{D_t}{P_t Y_t} = \frac{(1 + i_t) D_{t-1}}{P_t Y_t} - \frac{B_t}{P_t Y_t} + \frac{F_t}{P_t Y_t}$$

possiamo riscrivere la (2) come:

$$(3) \quad d_t = \frac{(1 + i_t)}{(1 + \gamma_t)(1 + \pi_t)} \frac{D_{t-1}}{P_{t-1} Y_{t-1}} - \frac{B_t}{P_t Y_t} + \frac{F_t}{P_t Y_t} = \frac{(1 + i_t)}{(1 + \gamma_t)(1 + \pi_t)} d_{t-1} - b_t + f_t$$

Poiché si ha $g_t = \gamma_t + \pi_t + \gamma_t \pi_t$, da cui $1 + g_t = (1 + \gamma_t)(1 + \pi_t)$ la (3) diventa:

$$(4) \quad d_t = \frac{(1+i_t)}{(1+g_t)} d_{t-1} - b_t + f_t$$

Sottraendo d_{t-1} da entrambi i lati, la variazione del rapporto debito pubblico/Pil è:

$$(5) \quad \Delta d_t = \frac{(1+i_t)}{(1+g_t)} d_{t-1} - d_{t-1} - b_t + f_t = \frac{(i_t - g_t)}{(1+g_t)} d_{t-1} - b_t + f_t.$$

La variazione (differenza) del debito rispetto al Pil dell'anno t rispetto all'anno $t-1$ può essere scomposta in tre elementi:

- a) Lo snowball effect $\frac{(i_t - g_t)}{(1+g_t)} d_{t-1}$ che dipende dalla differenza tra tasso di interesse sul debito e tasso di crescita nominale del Pil e dal livello raggiunto dal rapporto debito/Pil al termine dell'anno precedente $t-1$. Lo snowball effect è positivo (aumenta il rapporto debito/Pil) quando il tasso di interesse sul debito è maggiore del tasso di crescita nominale del Pil;
- b) Il rapporto saldo primario/Pil $-b_t$, che ha un effetto di diminuzione in caso di avanzo primario e di aumento in caso di disavanzo primario;
- c) Il rapporto flussi finanziari/Pil $+f_t$, che hanno un effetto di aumento/diminuzione a seconda se positivi o negativi.

Ad esempio, il rapporto debito/Pil in termini percentuali è passato da 120,794 del 2011 a 126,978 del 2012 con una differenza di 6,183 dovuta per 6,508 allo snowball effect; per -2,508 al saldo primario/Pil e per 2,183 ai flussi finanziari/Pil.

Lo snowball effect, tenendo conto delle relazioni tra crescita nominale e reale del Pil, può essere a sua volta decomposto in tre parti¹:

$$(6) \quad \frac{(i_t - g_t)}{(1+g_t)} d_{t-1} = \frac{i_t}{(1+g_t)} d_{t-1} - \frac{g_t}{(1+g_t)} d_{t-1} = \frac{i_t}{(1+g_t)} d_{t-1} - \frac{\gamma_t + \pi_t + \gamma_t \pi_t}{(1+g_t)} d_{t-1} =$$

$$= \frac{i_t}{(1+g_t)} d_{t-1} - \frac{\pi_t}{(1+g_t)} d_{t-1} - \frac{\gamma_t}{(1+\gamma_t)} d_{t-1}$$

I tre elementi rappresentano rispettivamente l'impatto della spesa per interessi; la svalutazione (il deflatore del Pil) e la crescita reale.

Tornando all'esempio del 2012, l'impatto della spesa per interessi è stato di 5,538, quello della svalutazione -1,961 e quello della crescita reale (negativa nell'anno) 2,931, per un totale di 6,508 di snowball effect.

Sia la svalutazione che la crescita reale hanno un effetto inversamente proporzionale sullo snowball e, quindi, sulla variazione del rapporto debito/Pil.

In particolare, la svalutazione ha un impatto sul tasso di interesse nominale. Può, quindi, essere più interessante analizzare lo snowball effect in funzione del tasso di interesse reale (implicito) e del tasso di crescita reale del Pil, ricavando dalla (6) o direttamente dalla (5):

$$(7) \quad \frac{(i_t - g_t)}{(1+g_t)} d_{t-1} = \frac{r_t}{(1+\gamma_t)} d_{t-1} - \frac{\gamma_t}{(1+\gamma_t)} d_{t-1}$$

¹ J. Escolano *A Practical Guide to Public Debt Dynamics, Fiscal Sustainability, and Cyclical Adjustment of Budgetary Aggregates*, IMF (2010)

Per stabilire se un dato livello del debito pubblico rispetto al Pil è sostenibile è necessario definire un obiettivo di stabilità.

Se l'obiettivo di sostenibilità è che il rapporto debito/Pil non deve aumentare ($\Delta d_t=0$), dalla (5) si ricava che il rapporto tra il saldo primario e il Pil deve assumere un valore:

$$(8) \quad b_t^* = \frac{(i_t - g_t)}{(1 + g_t)} d_{t-1} + f_t$$

Se il rapporto saldo primario/Pil è inferiore alla (8) il debito pubblico in rapporto al Pil aumenta (insostenibilità), altrimenti diminuisce. In particolare, se $i_t = g_t$ e $f_t=0$ allora la (8) si annulla, ovvero basta azzerare il saldo primario per stabilizzare il debito pubblico se non ci sono flussi finanziari.

Tra il rapporto saldo primario/Pil e il rapporto indebitamento/Pil sussiste la relazione:

$$(9) \quad ob_t = \frac{B_t - i_t D_{t-1}}{P_t Y_t} = b_t - \frac{i_t}{1 + g_t} d_{t-1}.$$

Dalla (8), sottraendo da entrambi i membri $\frac{i_t}{1 + g_t} d_{t-1}$ si ha la soglia di sostenibilità espressa in funzione dell'indebitamento netto, che dipende dal tasso di crescita nominale del Pil:

$$(10) \quad ob_t^* = \frac{(i_t - g_t)}{(1 + g_t)} d_{t-1} - \frac{i_t}{1 + g_t} d_{t-1} + f_t = -\frac{g_t}{1 + g_t} d_{t-1} + f_t$$